

127. Quali delle seguenti relazioni sono verificate per qualunque valore dell'angolo α nel primo quadrante?

(a) $\cos \alpha + \sin \alpha \geq 1$

(b) $\cos \alpha + \sin \alpha = 1$

(c) $\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$

A. Le relazioni (a) e (c), ma non la (b)

B. Le relazioni (a) e (b), ma non la (c)

C. Le relazioni (b) e (c), ma non la (a)

D. Solo la relazione (b)

E. Solo la relazione (c)

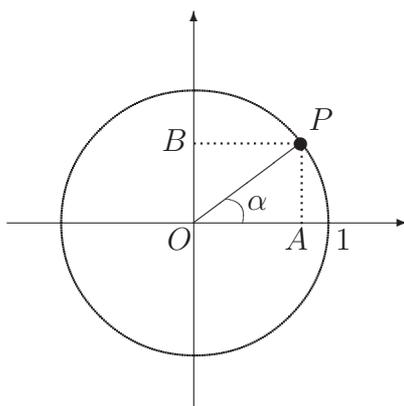


Trigonometria; funzioni trigonometriche.



Un minimo di familiarità con le funzioni seno e coseno porta subito a riconoscere che (b) è falsa. Ad esempio, per $\alpha = \pi/4$, $\cos \alpha$ e $\sin \alpha$ valgono entrambi $\sqrt{2}/2$, quindi la loro somma è $\sqrt{2} > 1$. Questa osservazione è sufficiente per concludere che **B, D, E** sono sicuramente false perché tutte e tre affermano la verità di (b). 

Resta da scegliere tra A ed E. Entrambe affermano la verità di (c), quindi (c) è certamente vera ed è inutile controllarlo. Invece la A dice che (a) è vera, mentre la E lo nega. Occupiamoci allora della (a).



Ricordando il significato geometrico del seno e del coseno di un angolo sulla circonferenza trigonometrica (v. figura), la (a) afferma che nel triangolo rettangolo OAP la somma delle lunghezze dei cateti $\overline{OA} = \cos \alpha$ e $\overline{AP} = \sin \alpha$ non è mai minore della lunghezza