

# POLitest

il test di Ingegneria al Politecnico di Milano

Maurizio Verri | Marco Bramanti

## Matematica

Maurizio Verrì  
Marco Bramanti

# **POLItest**

il test di Ingegneria al Politecnico di Milano

Quesiti svolti di Logica,  
Matematica, Statistica

Copyright © Polipress 2008 - Politecnico di Milano  
Piazza Leonardo da Vinci, 32 - 20133 Milano

Prima edizione: aprile 2006  
Prima ristampa: febbraio 2008

[www.polipress.polimi.it](http://www.polipress.polimi.it)

Stampa: Litogì s.a.s. di Gorgone A. & C.  
viale Papiniano, 36 - 20123 Milano

Tutti i diritti riservati. Riproduzione anche parziale vietata. Nessuna parte di questa pubblicazione può essere riprodotta, archiviata in un sistema di recupero o trasmessa, in qualsiasi forma o con qualunque mezzo elettronico, meccanico, fotoriproduzione memorizzazione o altro, senza permesso scritto da parte dell'Editore.

ISBN 88-7398-023-6

# Indice

|                             |      |
|-----------------------------|------|
| Presentazione               | v    |
| Agli studenti               | vii  |
| Conoscenze minime richieste | xi   |
| Lista di simboli            | xiii |
| 1 Aritmetica                | 1    |
| 2 Algebra                   | 17   |
| 3 Funzioni                  | 39   |
| 4 Geometria                 | 61   |
| 5 Logica                    | 97   |
| 6 Statistica                | 117  |
| 7 Trigonometria             | 131  |



# Presentazione

A partire dal 2005 il Politecnico di Milano richiede agli studenti che desiderano iscriversi a Ingegneria un livello minimo di conoscenze che permetta loro, con ragionevole probabilità, il successo negli studi universitari. Ottenere la sufficienza nel test di ammissione diventa quindi un prerequisito per sostenere esami e più in generale prove di valutazione nel Politecnico.

Questa richiesta vuole aiutare lo studente a:

- valutare la sua motivazione a intraprendere gli studi di Ingegneria;
- conoscere il livello minimo di conoscenze necessarie per ambire a laurearsi;
- comprendere la necessità di applicarsi, studiare, conoscere, correlare informazioni;
- avere successo negli studi e nella sua futura vita lavorativa

nella certezza che il mercato del lavoro privilegia i nostri Ingegneri, che si sono sempre distinti per capacità e preparazione.

Il test è aperto agli studenti a partire dal quarto anno di scuola secondaria, può essere ripetuto più volte e, una volta superato, dà il diritto allo studente di iscriversi al corso di laurea che più desidera.

Il test è ampiamente descritto nella sezione dedicata ad “Orientamento e Test” nel nostro sito web (<http://www.polimi.it>) che comprende anche un percorso preliminare utile per autovalutare il proprio grado di preparazione.

Il test è diviso in quattro sezioni: l'inglese, la logica – matematica – statistica, la comprensione verbale, la fisica. Alla matematica, spesso determinante per il raggiungimento della sufficienza, è dedicato questo libro che si propone di aiutare lo studente nel comprendere quale sia il suo livello di preparazione, a diagnosticare le sue eventuali lacune, a migliorare la sua preparazione.

In definitiva ritengo questo libro un aiuto importante per i tanti studenti intenzionati ad intraprendere gli studi nel nostro Ateneo e, forse, anche per i loro insegnanti che stanno preparando i loro allievi ad entrare in università col desiderio di assistere al loro successo.

Giulio Ballio  
 Rettore del Politecnico di Milano



# Agli studenti

Questo volume è rivolto a tutti coloro che si accingono a sostenere il Test di ammissione (*POLITEST*) alle Facoltà di Ingegneria del Politecnico di Milano. Il Test, introdotto vent'anni fa al Politecnico, è obbligatorio per l'iscrizione e si è ormai affermato come strumento che serve ad orientare consapevolmente lo studente nelle proprie scelte. Ma il Test mira anche a verificare se le conoscenze di base in ambito "matematico" che ha lo studente siano sufficientemente solide da permettergli di seguire con profitto i corsi universitari del primo anno, requisito necessario per poi affrontare con successo gli impegnativi studi in ingegneria. Per realizzare questo obiettivo, abbiamo qui raccolto 130 quesiti di matematica, parte dei quali effettivamente assegnati in test degli anni passati, suddividendoli per argomento e corredandoli di uno svolgimento completo, con commenti e suggerimenti. Il nostro intendimento è che questa raccolta serva allo studente come strumento per autovalutare il livello delle proprie conoscenze, e come guida per individuare quali concetti gli occorra (ri)studiare o approfondire su un libro di testo. Qualora lo studente si accorga di avere difetti di preparazione o lacune su qualche argomento, non si illuda di poter sostituire lo studio sistematico con un mero allenamento manuale su esercizi!

Un elenco dettagliato di conoscenze minime di matematica, da considerarsi prerequisiti indispensabili per chi intende iscriversi ad Ingegneria, è riportato a pag. xi. I quesiti della sezione "Logica, Matematica, Statistica" del *POLITEST* vertono appunto su tali conoscenze. Per trarre il massimo beneficio da questo libro, può essere utile per lo studente tenere conto delle indicazioni seguenti.

## *Suggerimenti di metodo per affrontare i quesiti*

1. Avere sempre carta e penna a portata, e usarle (si ricordi invece che durante il test non è consentito l'uso di calcolatrice né la consultazione di libri). Anche se la domanda è formulata in modo discorsivo, rispondere richiede un ragionamento che talvolta si basa su calcoli, o comunque su deduzioni che è meglio fissare nero su bianco.

2. Leggere attentamente il testo del quesito e le 5 risposte ad esso associate (di cui una sola è quella esatta). Ricordare che ogni parola del testo è un'informazione essenziale che serve a trovare la risposta giusta.

3. Cercare di classificare il quesito che si legge: su che argomento, generale e particolare, verte? Questo è utile per due motivi. Anzitutto, delineare l'argomento è il primo modo per circoscrivere e richiamare alla mente gli strumenti che possono intervenire nella risposta, se si è studiato in modo ordinato. (Ad esempio: se si classifica la domanda come "trigonometria, applicazioni geometriche", il passo successivo può consistere nel chiedersi: quali sono i fatti o i teoremi principali studiati, che riguardano le applicazioni geometriche della trigonometria?).

Inoltre, se lo studente non sa rispondere, deve almeno capire quale argomento non ha chiaro e dovrà studiare!

4. Tenere conto che *una sola delle risposte è giusta*. Questo può portare ad escludere certe risposte per motivi puramente logici: se la risposta  $A$  implica la risposta  $B$ , la  $A$  non può essere la risposta giusta (altrimenti ce ne sarebbero due giuste!). Oppure addirittura, in certi casi, può far individuare indirettamente la risposta esatta: se riesco a far vedere che quattro risposte sono sbagliate (di solito, attraverso opportuni controesempi), quella che rimane è per forza giusta!

5. Imparare a gestire il fattore tempo. In un test il tempo totale a disposizione è limitato; indicativamente il tempo medio per svolgere un singolo quesito va dai 2 ai 4 minuti, comprensivi della sua lettura. Lo studente si deve abituare ad eseguire i calcoli con rapidità e a scegliere di conseguenza i procedimenti opportuni (talvolta ragionare su un disegno o attraverso un diagramma fa risparmiare tempo e fatica).

6. Nel cercare la risposta esatta, conviene di solito privilegiare il “ragionamento aperto” rispetto alla scelta tra opzioni predefinite. Questo significa: ogni volta che le risposte sono precedute da una domanda esplicita, cercare anzitutto di rispondere per proprio conto alla domanda; quindi cercare la propria risposta tra le opzioni offerte. Talvolta tra le opzioni ce ne sono alcune molto simili: la loro lettura attenta può far capire che esiste un problema delicato di cui non si era tenuto conto, e indurre al ripensamento. In ogni caso, evitare di cambiare idea in modo puramente istintivo: se il primo ragionamento svolto autonomamente aveva condotto a scegliere la risposta  $A$ , solo un altro ragionamento può far scegliere la risposta  $B$ , non il fatto che “suona meglio”!

*Suggerimenti di metodo per affrontare lo studio.*

Una volta chiaro quali sono gli argomenti attinenti al test su cui non si è abbastanza preparati, come affrontare lo studio relativo?

1. Con una certa sistematicità. Come già detto, per rispondere ai quesiti non si può studiare sui quesiti: occorre studiare su una presentazione ordinata e sistematica della materia. Le varianti con cui si presentano gli esercizi sono praticamente infinite, quindi è indispensabile la padronanza dei concetti.

2. Con spirito critico, ossia cercando la comprensione e il ragionamento, piuttosto che casistiche da imparare a memoria: queste non bastano mai, e si dimenticano in fretta.

3. Cercando la sintesi. La sintesi non è nemica della profondità e della sistematicità dello studio, ma ne è il punto d’arrivo, consapevolmente ricercato. Questo tipo di sintesi è possibile se lo studio è fatto in maniera critica, diventa impossibile se lo studio è mnemonico e superficiale.

4. Con esercizi mirati. In questo lavoro lo studente non avrà tempo di svolgere, su ciascun argomento toccato, tanti esercizi quanti era abituato dalla scuola. Gli esercizi svolti saranno necessariamente in numero limitato, devono però essere scelti in maniera mirata (in modo da “coprire” ogni argomento) e affrontati nello spirito giusto: ancora una volta, non si impara a fare esercizi a forza di fare esercizi! La comprensione del *come si fa* discende dallo studio della teoria e di esempi significativi, e deve precedere la fase in cui lo studente affronta gli esercizi

veri e propri. Questo è il metodo che lo studente vedrà usare in università, ed è lo stesso che deve utilizzare per prepararsi ad entrarvi.

5. Su testi adeguati. Difficilmente i libri di scuola sono adatti allo scopo, e il motivo non è la loro qualità, ma il loro stesso obiettivo: i testi scolastici sono pensati per accompagnare lo studente nello studio della matematica nell'arco di anni, con estrema gradualità e molto esercizio, e inevitabilmente privilegiano la casistica sistematica alla sintesi critica. Lo studente che nell'arco di qualche mese (o settimana!) vuole fare un serio lavoro di ripasso e consolidamento dei prerequisiti, ha bisogno di una presentazione critica ma essenziale, che faccia leva sulla comprensione profonda delle idee fondamentali, e lasci alla riflessione dello studente e all'esercizio, criticamente svolto (v. sopra), lo sviluppo e l'illustrazione delle varie conseguenze. Testi di questo genere sono solitamente scritti in ambito universitario, e rivolti alle "matricole" o agli studenti degli ultimi anni di scuola superiore.

GLI AUTORI

Milano, marzo 2006



## Conoscenze minime richieste

**ARITMETICA.** Scomporre un numero intero in fattori primi. Rappresentare un numero intero in base diversa dalla decimale. Conoscere la differenza tra numeri razionali e irrazionali. Eseguire calcoli con i numeri periodici e con le frazioni. Riconoscere se due frazioni sono equivalenti e saperle confrontare. Operare con disuguaglianze. Conoscere le proprietà e saper eseguire calcoli con le potenze e le radici. Saper usare le usuali regole dell'arrotondamento sui numeri decimali ed eseguire stime dei risultati di calcoli numerici. Calcolare percentuali.

**ALGEBRA.** Operare con espressioni algebriche o razionali fratte, numeriche o letterali. Trasformare un'espressione in un'altra equivalente. Saper sommare, moltiplicare, dividere, fattorizzare polinomi. Trovare il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo di polinomi. Conoscere e saper utilizzare la relazione tra fattorizzazione di un polinomio e ricerca delle sue radici. Semplificare o trasformare in una equivalente un'equazione o una disequazione. Risolvere equazioni e disequazioni algebriche di primo e secondo grado, razionali fratte e con radicali. Riconoscere la risolubilità di equazioni e disequazioni in casi particolari. Risolvere sistemi algebrici di primo e di secondo grado. Saper operare con valori assoluti di numeri o di espressioni algebriche.

**FUNZIONI.** Conoscere la definizione, l'andamento grafico e le principali proprietà delle funzioni fondamentali (potenze, esponenziali, logaritmi, seno, coseno, ecc.). Risolvere equazioni e disequazioni esponenziali, logaritmiche, trigonometriche.

**GEOMETRIA.** Conoscere i concetti fondamentali della geometria sintetica del piano e dello spazio (parallelismo, ortogonalità, similitudine, poligoni e poliedri, circonferenza e cerchio, sfera, ecc.). Saper realizzare costruzioni geometriche elementari. Calcolare perimetri, aree, volumi di figure elementari nel piano e nello spazio. Conoscere le nozioni fondamentali della geometria analitica del piano e dello spazio. Interpretare geometricamente equazioni e sistemi algebrici di primo e di secondo grado. Conoscere le equazioni o disequazioni che definiscono semplici luoghi geometrici (circonferenza, cerchio, ellisse, parabola, iperbole, sfera, ecc.). Saper tradurre analiticamente semplici proprietà e problemi geometrici.

**LOGICA.** Saper operare con gli insiemi. Riconoscere ipotesi e tesi di un teorema. Riconoscere se una data condizione è necessaria o sufficiente. Usare propriamente locuzioni della lingua italiana con valenza logica (se ... allora ...; per ogni ...; esiste almeno un ...; ecc.). Analizzare la correttezza di una deduzione individuando eventuali errori di ragionamento. Saper negare una proposizione e comprendere un ragionamento per assurdo.

**STATISTICA.** Risolvere semplici problemi di conteggio (permutazioni, combinazioni, ecc.). Calcolare media, varianza, frequenze relative ed assolute di un assegnato insieme di

dati. Sapere tradurre percentuali in frequenze relative, e viceversa. Saper interpretare diagrammi di frequenze ed istogrammi.

**TRIGONOMETRIA.** Convertire le misure degli angoli dai gradi ai radianti e viceversa. Conoscere le relazioni fra gli elementi (lati, angoli) di un triangolo. Conoscere e saper utilizzare le principali formule trigonometriche per risolvere semplici problemi geometrici.

## Lista di simboli

Per rendere più chiara ed immediata la lettura, il testo dei quesiti è stato evidenziato mediante un riquadro grigio ed ogni svolgimento è stato strutturato in parti distinte, segnalate dai seguenti contrassegni:

 *classificazione del quesito per argomento generale/particolare*: questa classificazione è ciò che lo studente deve fare per prima cosa, dopo aver letto il testo del quesito

 *soluzione del quesito*

 *(eventuali) commenti ed osservazioni*

 *puntualizzazione per lo studio*: si mettono in evidenza le conoscenze o le tecniche specifiche che sono state utilizzate nella soluzione